МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА КІБЕРБЕЗПЕКИ, КОМП’ЮТЕРНОЇ ТА ПРОГРАМНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Курсова робота

з дисципліни «Теорія масового обслуговування»

на тему: «Дослідження випадкових процесів в системах масового обслуговування»

Варіант 19

Студента ІV курсу

денної форми навчання

напряму підготовки 6.040301 Прикладна математика

Полуянова Віктора Вадимовича

Науковий керівник:

Доктор технічних наук, завідувач кафедри прикладної математики Приставка Пилип Олександрович

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Національна шкала \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Кількість балів \_\_\_\_Оцінка: ECTS \_\_\_

Члени комісії \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

Київ 2019

ЗМІСТ

ВСТУП…………………………………………………………………………….3

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ…………………………………………4

* 1. Головні терміни…………………………………………………...……….4
  2. Опис системи……………...………………………………………………5
     1. Граф станів…………………………………………………………...5
     2. Система рівнянь Колмогорова-Чепмена…………………………...6
     3. Аналітичний розв’язок..…………………………………………….7
     4. Чисельний розв’язок………………………………………………...9
     5. Дослідження стаціонарності………………………………………10
     6. Імітаційне моделювання…………………………………………...12
  3. Висновки до розділу 1……………………………………………………12

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА…………………………………………..13

2.1. Опис програмного забезпечення………………………………………..13

2.2. Програмна реалізація…………………………………………………….13

2.3. Висновки до розділу 2……………………………………………………15

ВИСНОВКИ……………………………………………………………………...16

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ………………………………………..17

ВСТУП

**Актуальність проблеми.**

У сучасний період стрімкої глобалізації дослідження функціонування систем масового обслуговування є надзвичайно важливим для запровадження якісної, ефективної та стабільної роботи.

**Постановка задачі –** обчислити аналітично та чисельно функції ймовірностей станів для системи масового обслуговування, обчислити стаціонарні ймовірності станів та створити програмне забезпечення, що реалізує дані процедури та дозволяє провести імітаційне моделювання системи.

**Мета роботи**  - дослідити систему масового обслуговування заданого варіанту (19), провести імітаційне моделювання системи та перевірити збіг характеристик до визначених аналітично.

**Теоретичне значення** полягає у виявлені переваг та недоліків імітаційного моделювання.

**Практична цінність дослідження** полягає в отриманні корисної інформації, щодо функціонування та організації систем масового обслуговування.

**Об'єктом** дослідження даної роботи є система масового обслуговування.

**Предметом** роботи є програмне забезпечення для проведення імітаційного моделювання роботи заданої системи масового обслуговування.

**Завданням** роботи є обчислення аналітично та чисельно ймовірностей станів системи масового обслуговування, обчислення стаціонарних ймовірності станів та створення та тестування програмного забезпечення, що реалізує дані процедури та дозволяє провести імітаційне моделювання системи.

**Інструментом** для виконання курсової роботи було обрано середовище Visual Studio 2017.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У розділі висвітлюються теоретичні відомості заданої теми. В ньому розкрито основні визначення і поняття, які необхідні для практичної реалізації програми. Також, розділ містить у собі теоретичний матеріал, що допоможе при подальшій роботі.

* 1. **Головні терміни**

**Система** – це об’єкт, що являє собою множину елементів, які знаходяться у відношеннях і зв’язках між собою та утворюють певну цілісність та єдність.

**Системи масового обслуговування** (СМО) – це системи збору та обробки інформації, автоматичні цехи та станції обслуговування для яких характерна наявність одиниць обслуговування (каналів).

**Системи з дискретними станами** – це системи, множина станів яких зліченна, а зміна станів відбувається миттєво або стрибкоподібно.

**Системи з неперервним часом** – це системи, в яких перехід зі стану в стан можливий у будь-який момент часу.

Якщо стан деякої системи змінюється випадковим чином в просторі і часі, то говорять що в системі протікає **випадковий процес**.

Випадковий процес називається **Марковським** (процесом без післядій), якщо для будь-якого моменту часу ймовірність довільного стану системи у майбутньому залежить лише від того, в якому стані система знаходиться в даний момент і не залежить від того, коли та яким чином система в ньому опинилася.

**Марковським ланцюгом** називається випадкова послідовність подій або станів в яких опинилася система, якщо для довільного кроку ймовірність переходу із будь-якого стану в будь-який інший не залежить від того, як і коли система опинилася в цьому стані.

**Граф станів** – граф що відображає стани та можливі переходи між станами в системі з дискретними станами.

**Імітаційне моделювання** – метод, що дозволяє будувати моделі процесів, для їх дослідження [1]. Імітаційне моделювання в даній роботі полягає в моделюванні випадкового процесу, що протікає в даній системі з метою вивчення його характеристик.

* 1. **Опис системи**
     1. **Граф станів системи**

Система відповідає варіанту №19 та подана у вигляді графу станів, зображеного на рис. 1.

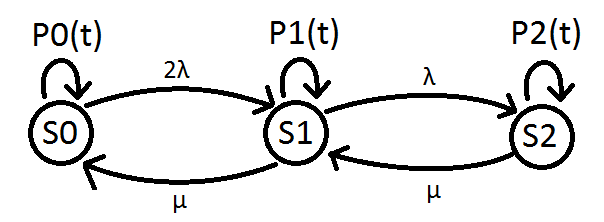


Рис. 1. Граф станів заданої системи.

Літерами «λ» та «μ» позначено інтенсивності переходів між станами. Згідно варіанту, вони мають наступні значення:

* ;
* ;
* ;
* .

– ймовірності системи опинитися у відповідному стані в момент часу . Також відомо, що .

* + 1. **Система рівнянь Колмогорова-Чепмена**

Для визначення ймовірностей станів даної системи необхідно скласти систему лінійних диференційних рівнянь Колмогорова-Чепмена [2]. В лівій частині системи стоять похідні за часом від функції ймовірності відповідного стану, у правій – кількість членів, що пов’язані з переходом до чи з цього стану, при чому, якщо перехід відбувається зі стану, відповідні члени записують у рівняння зі знаком «-», інакше – зі знаком «+». Також до системи додають рівняння нормування.

Для даної системи, система рівнянь Колмогорова-Чемпменна виглядає наступним чином:

Розв’язком системи (1) є шукані функції ймовірності станів **.**

* + 1. **Аналітичний розв’язок**

Для аналітичного розв’язку системи (1) зручно використовувати метод виключень.

Використовуючи умову нормування, виразимо через :

Підставивши заміну у систему (1) отримано наступну систему:

Тоді:

При підстановці у перше рівняння системи (2), отримано лінійне неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку відносно наступного виду:

Характеристичне рівняння для (2):

З коренями:

Таким чином, загальний розв’язок рівняння (5) виглядає наступним чином:

де – неоднорідна частина розв’язку.

Оскільки у правій частині рівняння (5) стоїть константа, .

При підстановці у рівняння (5), отримаємо його значення:

При цьому, користуючись (4), можна визначити, що:

Отже загальний розв’язок (5) виглядає наступним чином:

Користуючись рівністю (3), отримаємо:

Для знаходження коефіцієнтів використаємо початкові умови задачі:

Тоді:

Таким чином, отримано розв’язок системи (1):

Підставивши в систему рівнянь значення з умови заданого варіанту, отримано:

З розв’язком у вигляді:

* + 1. **Чисельний розв’язок**

Для чисельного розв’язку системи (1) використано метод Рунге-Кутти 4-го порядку [3]. Суть методу полягає в знаходженні значення функції в кожному наступному наближенні за формулою:

При цьому похибка обчислень при використанні даного методу на кожному кроці дорівнює , а похибка кінцевого результату - .

Для системи диференціальних рівнянь метод дещо змінюється. Нехай є система диференціальних рівнянь

Тоді:

Для роботи методу необхідно задати наступні параметри:

* Систему виду
* Значення функцій ;
* Кількість кроків ;
* Часовий проміжок [0; T];

Даний метод реалізований в межах курсової роботи, результати його роботи (на проміжку [0;100]) в якості середньоквадратичного відхилення від еталонного значення (7), обчисленого в пункті 1.2.3. наведено в формі таблиці:

*Таблиця 1.*

**Результати роботи методу Рунге-Кутти**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Похибка\Розбиття | 10 | 15 | 20 |
|  | 139.556 |  |  |
|  | 22.25 |  |  |
|  | 50.3583 |  |  |
| Усереднена | 70.722 |  |  |

* + 1. **Дослідження стаціонарності**

Для визначення, чи можливе досягнення системою стаціонарного режиму необхідне виконання 2-х умов:

1. Система повинна мати скінченну кількість станів;
2. З довільного стану повинна бути можливість перейти у будь-який інший стан.

Для заданої системи обидві умови виконуються, а отже система з часом перейде у стаціонарний режим.

В стаціонарному режимі функції ймовірностей станів стають незмінними, а отже відповідні похідні в системі Колмогорова-Чепмена прирівнюються до нуля.

Розглянемо стаціонарний режим для системи (1):

В такому вигляді система лінійних диференціальних рівнянь перетворюється на СЛАР з 3-ма невідомими. Система розв’язується наступним чином:

з (7) випливає, що

Тоді

Підставивши значення з варіанту, отримано наступні стаціонарні ймовірності станів системи:

* + 1. **Імітаційне моделювання**

Для дослідження випадкового процесу, що протікає в даній системі передбачена процедура імітаційного моделювання. Вона полягає у зміні станів системи псевдовипадковим чином. Розподіл інтервалів є експоненціальним, розмір інтервалу обчислюється за формулою:

де – інтенсивність переходу зі стану в стан ;

– псевдовипадкове число на інтервалі [0;1).

При цьому, якщо зі стану існує декілька переходів, обирається той, що займає менше часу.

* 1. **Висновки до розділу 1**

1. Дано визначення та описано основні поняття курсової роботи;
2. описано характеристики системи;
3. складено та аналітично розв’язано систему рівнянь Колмогорова-Чепмена для заданої системи;
4. чисельно розв’язано систему рівнянь Колмогорова-Чепмена за допомогою метода Рунге-Кутти 4-го порядку;
5. обчислено стаціонарні ймовірності станів.

РОЗДІЛ 2

ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

* 1. **Опис програмного забезпечення**

Програмне забезпечення реалізовано в середовищі Visual Studio 2017. Visual Studio – це інтегроване середовище розробки програмного забезпечення створене компанією Microsoft, за допомогою якого можна створювати додатки для Windows, iOS, Android та інших платформ. Мовою програмування було обрано С#.

* 1. **Програмна реалізація**

Програмне забезпечення складається з 2-х частин:

1. ПЗ для чисельного розв’язування системи (1) методом Рунге-Кутти;
2. ПЗ для проведення імітаційного моделювання системи;

Частина ПЗ, що пов’язана з чисельним розв’язуванням системи дозволяє користувачу задавати проміжок часу та кількість розбиттів для методу Рунге-Кутти. В якості результату графічно відображаються чисельні апроксимації, точні значення, розраховані аналітично та стаціонарні ймовірності станів системи. Інтерфейс та приклад роботи даної частини зображено на рис. 2. Результати роботи методу наведені в табл.1.

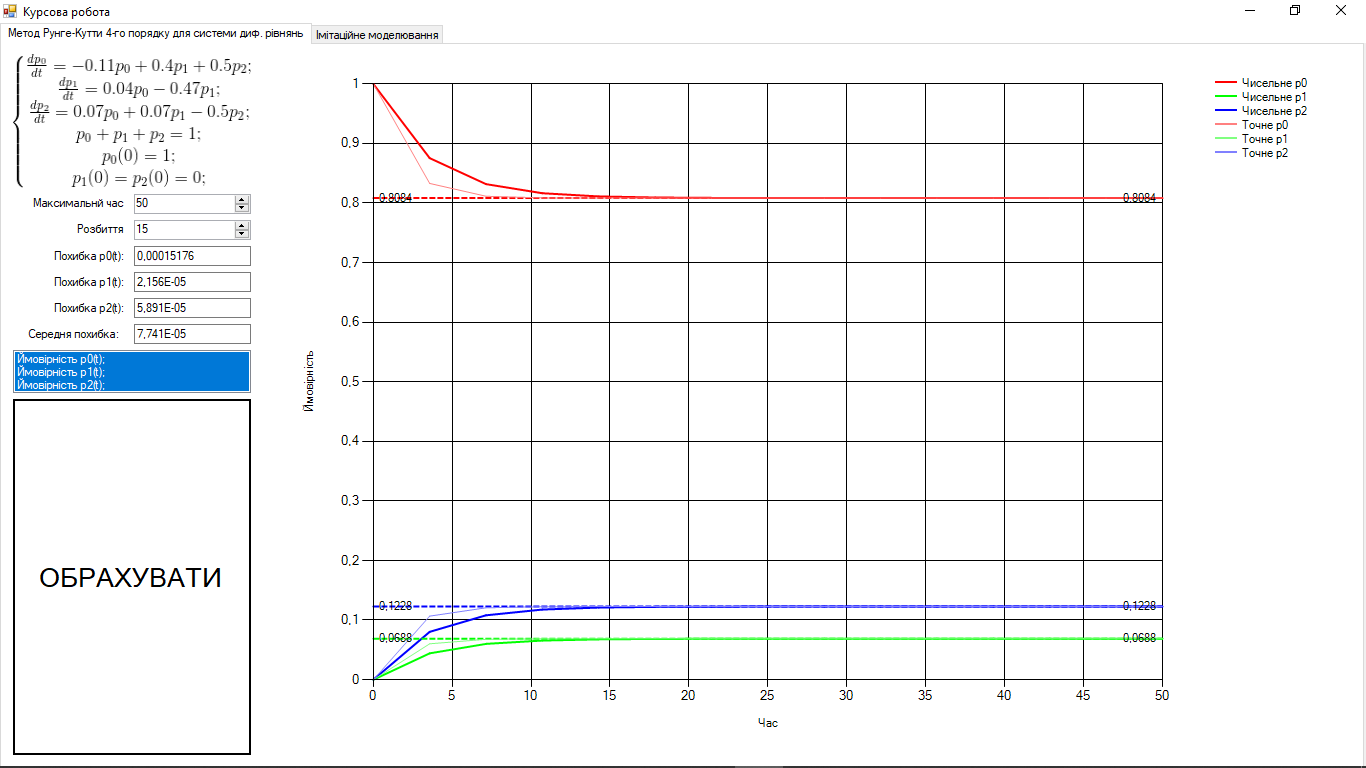


Рис. 2. Приклад роботи Методу Рунге-Кутти

Друга частина ПЗ дозволяє користувачу проводити імітаційне моделювання системи. Користувач задає максимальний час імітації, кількість моделей (для репрезентативності результату) та кількість рівновіддалених замірів для обчислення оцінок. Після проведення імітації користувач може ознайомитися з оцінками ймовірностей станів, отриманих протягом імітації, а також з такими оцінками як загальний час у стані, середній час у стані, активні стани протягом імітації та кількість переходів до кожного стану. Приклад роботи даної частини ПЗ наведено на рис. 3.

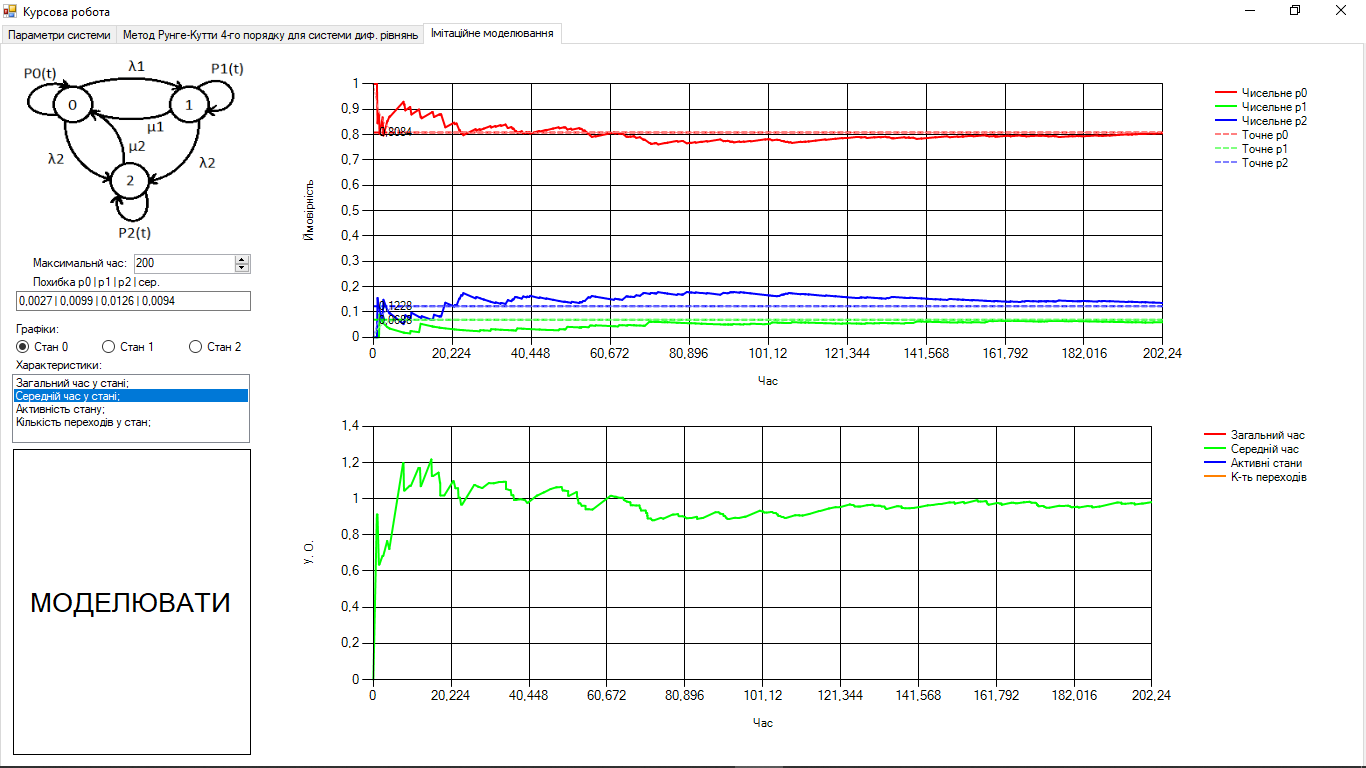


Рис. 3. Імітаційне моделювання системи

* 1. **Висновки до розділу 2**

1. Описано програмне забезпечення, використане для реалізації програми;
2. Проведено імітаційне моделювання та перевірено роботу програмного забезпечення;

ВИСНОВКИ

Під час роботи над курсовою роботою було виконано усі поставлені завдання. Таким чином можна сформулювати висновки:

1. Обчислено аналітично та чисельно функції ймовірностей станів системи масового обслуговування;
2. Обчислено стаціонарні ймовірності станів;
3. Створено програмне забезпечення, що реалізує дані процедури та дозволяє провести імітаційне моделювання системи;
4. Наведено результати роботи програмного забезпечення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

* + - 1. Електронний ресурс. Посилання на статтю:

<https://uk.wikipedia.org/wiki/Імітаційне_моделювання>

* + - 1. Електронний ресурс. Посилання на статтю:

<https://uk.wikipedia.org/wiki/Рівняння_Чепмена_—_Колмогорова>

* + - 1. Електронний ресурс:

[https://uk.wikipedia.org/wiki/Метод\_Рунге\_—\_Кутти](https://gitlab.com/don_karpone/algebra-dll)